DOI:10.16104/j.issn.1673-1883.2004.02.031
第 16 卷第 2 期　西昌师范高等专科学校学报　Vol.16,No.2
2004 年 6 月　Journal of Xichang Teachers College　Jun., 2004

关于极大η–单调映象的完全广义Fuzzy隐拟变分包含

任　晓

（西昌学院 数理系，四川 西昌　615000）

【摘　要】本文介绍了一类关于极大,η–单调映象的完全广义拟变分包含问题,利用预解算子技巧研究了这类变分包含解的迭代算逼近,证明了解的存在性以及由算法生成的迭代序列的收敛性。

【关键词】映射的变分包含；预解算子；迭代算法；极大η–单调

【中图分类号】O13　【文献标识码】A　【文章编号】1008–6307（2004）02–0098–04

Completely Generalized Fuzzy Nonlinear Implicit Quasivariational Inclusion with Maximal η –monotone Mappings

REN XIAO

(*Department of Mathematics and Physics*, *Xichang College*, *Xichang, Sichuan 615022*)

Abstract: In this paper, we introduce a new class of completely generalized fuzzy nonlinear implicit quasivariational inclusion with maximal η –monotone mappings and constructed a new iterative algorithm. We also prove its existence and the convergence of the iterative sequences generated by the algorithm. The results extend and improve many known corresponding results.

Keywords: completely generalized fuzzy nonlinear implicit quasivariational inclusion; maximal η –monotone mappings; iterative algorithm

一　预备知识

设H为实Hilbert空间,具有范数$\|\cdot\|$与内积$<\cdot,\cdot>$，2^H表H的所有非空子集所成的幂集,CB(H)是H中的所有非空有界闭子集的全体,$H(\cdot,\cdot)$是CB(H)上的Hausdorff距离。设F(H)表H上的所有Fuzzy集的全体.映象$A:H\to F(H)$称为是Fuzzy映象,如果$\forall x\in H$,A(x)(简记为A_x)是H上的Fuzzy集且用$A_x(y)$表示y在A_x中的隶属函数.设$M\in F(H)$,$q\in[0,1]$那么集合$(M)_q=\{x\in H:M(x)\geq q\}$称为M的q–切集。

一个闭的Fuzzy映射$A:H\to F(H)$称为满足条件(I)的，如果存在映射$a:H\to[0,1]$，使得$x\in H$,集$(A_x)_{a(x)}$是非空有界的.

显然,如果A是一个闭的且满足条件(I)的Fuzzy映射,则$\forall x\in H$恒有$(A_x)_{a(x)}\in CB(H)$.

设$\tilde{A},\tilde{B},\tilde{C},\tilde{D},\tilde{E},H\to F(H)$是满足条件(I)模糊映射,则存在函数$a,b,c,d,e:H\to[0,1]H\to[0,1]$使得对于所有$x\in H$有$(\tilde{A}_x)_{a(x)}\in CB(H)$,$(\tilde{B}_x)_{b(x)}\in CB(H)$,$(\tilde{C}_x)_{c(x)}\in CB(H)$,$(\tilde{D}_x)_{d(x)}\in CB(H)$和$(\tilde{E}_x)_{e(x)}\in CB(H)$.

于是,在Fuzzy映象$\tilde{A},\tilde{B},\tilde{C},\tilde{D},\tilde{E}$基础上,我们可以定义五个集值映象A,B,C,D和E如下：

$$A:H\to CB(H),x\to(\tilde{A}_x)_{a(x)},\quad\forall x\in H$$
$$B:H\to CB(H),x\to(\tilde{B}_x)_{b(x)},\quad\forall x\in H$$
$$C:H\to CB(H),x\to(\tilde{C}_x)_{c(x)},\quad\forall x\in H$$
$$D:H\to CB(H),x\to(\tilde{D}_x)_{d(x)},\quad\forall x\in H$$
$$E:H\to CB(H),x\to(\tilde{E}_x)_{e(x)},\quad\forall x\in H$$

收稿日期:2004–01–10

作者简介:任　晓(1958—)男,副教授。

$H(Au, Av) \leq r \| u-v \| \quad \forall u, v \in H$

其中$H(\cdot,\cdot)$是在$CB(H)$上的Hausdorff度量。

定义1.2. 设$A: H \to CB(H)$是一个集值映象，映象$N: H \times H \to H$称为

(i) 关于映象A第一变元是强单调：存在一个常数$k>0$使得

$<N(x,\cdot)-N(y,\cdot), u-v> \geq k \| u-v \|^2 \quad \forall u, v \in H, x \in Au, y \in Bv$

(ii) 关于第一变元是Lipschitz连续：存在一个常数$l>0$使得

$\| N(u,\cdot)-N(v,\cdot), u-v \| \leq l \| u-v \| \quad \forall u, v \in H$

类似地，我们可以定义$N(\cdot,\cdot)$关于第二变元的Lipschitz连续性。

定义1.3[4] 设$\eta: H \times H \to H$是一个单值映象，集值映象$W: H \to 2^H$称为

(i) η-单调，若$<x-y, \eta(u,v)> \geq 0 \quad \forall u, v \in H, x \in Wu, y \in Wv$.

(ii) 严格η-单调，若$<x-y, \eta(u, v)> \geq 0 \quad \forall u, v \in H, x \in Wu, y \in Wv$

当且仅当$u=v$时等号成立。

(ii) 强η-单调，若存在一个常数$r>0$使得$<x-y, \eta(u,v)> \geq r \| u-v \|^2 \forall u, v \in H, x \in Wu, y \in Wv$.

(iii) 极大η-单调，若W是η-单调且$(I+\rho W)(H)=H$对于所有$\rho>0$成立。

我们可以定义极大η-单调映象M的预解算子如下：

$J_\rho^M(z)=(I+\rho M)^{-1}(z) \quad \forall z \in H$

其中常数$\rho>0$且$\eta: H \times H \to H$是严格单调映象。

假设映象$a, b, c, d, e: H \to [0,1]$，Fuzzy映象$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}: H \to F(H)$. $g, m: H \to H, N, M: H \times H \to H$是单值映象。假设$W: H \times H \to 2^H$是集值映象且对$\forall y \in H, W(\cdot,y): H \to 2^H$是极大η-单调的。假设对于所有$x \in H, (g-m)(x)=g(x)-m(x)$且$(g-m)(H) \cap domW(\cdot,y)$的值域非空。给定$f \in H$，我们考虑如下问题：

求$x,u,v,w,y,z \in H$使得$\tilde{A}_x(u) \geq a(x), \tilde{B}_x(v) \geq b(x), \tilde{C}_x(W)>C(X), \tilde{D}_x(y) \geq d(x), \tilde{E}_x(z) \geq e(x)$, $(g-m)(x) \in domW(\cdot, z)$且

$$f \in N(u,v)-M(w,y)+W((g-m)(x),z) \qquad (1.1)$$

这个问题被称为完全广义Fuzzy非线性隐拟变分包含。

二　迭代算法

引理2.1 $x,u,v,w,y,z \in H$是问题(1.1)的解当且仅当

$$g(x)=m(x)+J_\rho^{W(\cdot,z)}((g-m)(x)-\rho N(u,V)+\rho M(w,y))+\rho f) \qquad (2.1)$$

其中$u \in A(x), v \in B(x), w \in C(x), y \in D(x), z \in E(x), (g-m)(x) \in domW(\cdot,z)$且$\rho>0$是常数。

证明 从$J_\rho^{W(.,z)}$的定义很容易得到。

引理2.2[4] 设$\eta: H \times H \to H$是强单调且Lipschtiz连续，其系数分别为$\delta>0$和$\tau>0$. 设$M: H \to 2^H$是极大-η单调映象，则映象M的预解算子J_ρ^W是Lipschitz连续的，系数为$\frac{\tau}{\delta}$.即

$$\| J_\rho^M(u)-J_\rho^M(V) \| \leq \frac{\tau}{\delta} \| u-V \| \qquad \forall u, V \in H$$

在式(2.1)的基础上，我们可以建立迭代算法。

假设$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}: H \to F(H)$是五个满足条件(I)的模糊映象，设$A,B,C,D,E: H \to CB(H)$是五个分别由$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}$引入的H-Lipschitz连续的集值映象。对于给定的$x_0 \in H$，存在$u_0 \in A(x_0), v_0 \in B(x_0), w_0 \in C(x_0), y_0 \in D(x_0), z_0 \in E(x_0)$，且

$$x_1=x_0-(g-m)(x_0)+J_\rho^{W(\cdot,z_0)}((g-m)(x_0)-\rho N(u_0,v_0)+\rho M(w_0,y_0)+\rho f)$$

由[4]可得存在$u_1 \in A(x_1), v_1 \in B(x_1), w_1 \in C(x_1), y_1 \in D(x_1), z_1 \in E(x_1)$，使得

$$\| u_1-u_0 \| \leq (1+1)H(A(x_1),A(x_0))$$
$$\| v_1-v_0 \| \leq (1+1)H(B(x_1),B(x_0))$$
$$\| w_1-w_0 \| \leq (1+1)H(C(x_1),C(x_0))$$
$$\| y_1-y_0 \| \leq (1+1)H(D(x_1),D(x_0))$$
$$\| z_1-z_0 \| \leq (1+1)H(E(x_1),E(x_0))$$

由此我们可以得到如下算法：

算法2.1 假设$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}: H \to F(H)$是五个满足条件（Ⅰ）的Fuzzy映象，设$A,B,C,D,E: H \to CB(H)$是五个分别由$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}$引入的H-Lipschitz连续的集值映象. 映象$g,m: H \to H, N,M: H \times H \to H$是单值映象，设$\eta: H \times H \to H$是强单调和Lipschtiz连续，系数分别为$\delta>0$和$\tau>0$，假设$W: H \times H \to 2^H$是集值映象，对于任意给定的$x_0 \in H$，我们能得到算法

$$x_{n+1}=x_n-(g-m)(x_n)+J_\rho^{W(\cdot,z_0)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)$$

$+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)$

其中$u_n\in A(x_n),v_n\in B(x_n),w_n\in C(x_n),y_n\in D(x_n),z_n\in E(x_n)$

$$\|u_{n+1}-u_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(A(x_{n+1}),A(x_n))$$
$$\|v_{n+1}-v_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(B(x_{n+1}),B(x_n))$$
$$\|w_{n+1}-w_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(C(x_{n+1}),C(x_n))$$
$$\|y_{n+1}-y_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(D(x_{n+1}),D(x_n))$$
$$\|z_{n+1}-z_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(E(x_{n+1}),E(x_n))$$

$n=0,1,2,\cdots$

三 存在性和收敛性

定理3.1 假设$\tilde{A},\tilde{B},\tilde{C},\tilde{D},\tilde{E}:H\to F(H)$**是五个满足条件（Ⅰ）的Fuzzy映象，设**$A,B,C,D,E:H\to CB(H)$**是五个分别由**$\tilde{A},\tilde{B},\tilde{C},\tilde{D},\tilde{E}$**引入的H-Lipschitz连续的集值映象，系数分别为**r_1,r_2,r_3,r_4,r_5.**设**$\eta:H\times H\to H$**是**δ**-强单调和**τ**-Lipschtiz连续的，设**$N:H\times H\to H$**关于第一和第二变元是Lipschitz连续的（系数分别为**p,q**）和对于A第一变元是**k**-强单调的.设**$M:H\times H\to H$**关于第一和第二变元是Lipschitz连续的（系数分别为**α,β**）.设**$W:H\times H\to 2^H$**，对于**$\forall y\in H$，$W(\cdot,y)$**是极大**η**-单调的.假设存在常数**$\rho>0$**和**$\lambda>0$**使得对**$\forall x,y,z\in H$

$$\|J_\rho^{M(\cdot,x)}(z)-J_\rho^{M(\cdot,y)}(z)\|\le\lambda\|x-y\| \qquad (3.1)$$

设$g,m:H\to H$ **Lipschitz连续的（系数分别是**ζ,η**）且**$g-m:H\to H$**是**ζ**-强单调的.假设存在常数**h**使得对**$\forall x,y\in H$

$$<m(y)-m(x),g(x)-g(y)>\le h\|x-y\|^2 \qquad (3.2)$$

且存在常数$\rho>0$**使得**

$$\begin{cases}\mu>\omega,k\Psi>(1-\varepsilon)\omega+\sqrt{(\Psi^2-(1-\varepsilon)^2)(\mu^2-\omega^2)}\\ \left|\Psi\rho-\dfrac{k\Psi-(1-q)\omega}{\mu^2-\omega^2}\right|\le\dfrac{\sqrt{(k\Psi-(1-\varepsilon)\omega^2-(\Psi^2-(1-\varepsilon)^2)(\mu^2-\omega^2)}}{\mu^2-\omega^2}\\ \text{其中}\varepsilon=(1+\Psi)\sqrt{1-2\zeta+2h+\eta^2+\zeta^2}+\lambda r_5,\mu=pr_1\quad \omega=qr_2+\alpha r_3+\beta r_4\end{cases} \qquad (3.3)$$

则由算2.1得到的迭代序列$\{x_n\}$，$\{u_n\}$，$\{v_n\}$，$\{w_n\}$，$\{y_n\}$**和**$\{z_n\}$**分别强收敛于**x^*,u^*,v^*,w^*,y^***和**z^***，且**$(x^*,u^*,v^*,w^*,y^*$**和**$z^*)$**是问题(1.1)的解.**

证明 设$\Psi=\dfrac{\tau}{\delta}$，$a_n=1+\dfrac{1}{n}$.**由算法2.1可得**

$\|x_{n+1}-x_n\|=\|x_n-(g-m)(x_n)+J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)-x_{n-1}+(g-m)(x_{n-1})+J_\rho^{W(\cdot,z_{n-1})}((g-m)(x_{n-1})-\rho N(u_{n-1},v_{n-1})+\rho M(w_{n-1},y_{n-1})+\rho f)\|$

$=\|(x_n-x_{n-1})-[(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})]+(J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)-J_\rho^{W(\cdot,z_{n-1})}((g-m)(x_{n-1})-\rho N(u_{n-1},v_{n-1})+\rho M(w_{n-1},y_{n-1})+\rho f))\|$

$\le\|(x_n-x_{n-1})-[(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})]\|+\|(J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)-J_\rho^{W(\cdot,z_{n-1})}((g-m)(x_{n-1})-\rho N(u_{n-1},v_{n-1})+\rho M(w_{n-1},y_{n-1})+\rho f)\|$ (3.4)

由(3.1)式和引理2.2得

$\|(J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)-J_\rho^{W(\cdot,z_{n-1})}((g-m)(x_{n-1})-\rho N(u_{n-1},v_{n-1})+\rho M(w_{n-1},y_{n-1})+\rho f)\|$

$\le\|J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)-J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)\|+\|J_\rho^{W(\cdot,z_n)}((g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f)-J_\rho^{W(\cdot,z_{n-1})}((g-m)(x_{n-1})-\rho N(u_{n-1},v_{n-1})+\rho M(w_{n-1},y_{n-1})+\rho f)\|$

$\le\lambda\|z_n-z_{n-1}\|+\dfrac{\tau}{\delta}\|(g-m)(x_n)-\rho N(u_n,v_n)+\rho M(w_n,y_n)+\rho f-(g-m)(x_{n-1})+\rho N(u_{n-1},v_{n-1})+\rho M(w_{n-1},y_{n-1})+\rho f)\|$

$=\lambda\|z_n-z_{n-1}\|+\Psi\|x_n-x_{n-1}-[(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})]-[(x_n-x_{n-1})-\rho N(u_n,v_n)-N(u_{n-1},v_{n-1}))-\rho[M(w_n,y_n)-M(w_{n-1},y_{n-1})]\|$

$\le\lambda r_5\alpha_n\|x_n-x_{n-1}\|+\Psi\|x_n-x_{n-1}-[(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})]\|+\Psi\|(x_n-x_{n-1})-\rho N(u_n,v_n)-N(u_{n-1},v_n))\|+\Psi\rho\{\|N(u_{n-1},v_n)-N(u_{n-1},v_{n-1})\|+\|M(w_n,y_n)-M(w_{n-1},y_{n-1})\|\}$ (3.5)

由于N,M**关于第一和第二变元是Lipschitz连续的，且**A,B,C,D**是H-Lipschitz连续的，我们有**

$\|N(u_{n-1},\nu_n)-N(u_{n-1},\nu_{n-1})\|\le q\|\nu_n-\nu_{n-1}\le\alpha_{nq}\gamma_2\|x_n-x_{n-1}\|$ (3.6)

$\|M(w_n,y_n)-M(w_{n-1},y_{n-1})\|\le\|M(w_n,y_n)-M(w_{n-1},y_n)\|+\|M(w_{n-1},y_n)-M(w_{n-1},y_{n-1})\|$

$\le\alpha\|W_n-w_{n-1}\|+\beta\|y_n-y_{n-1}\|\le\alpha\cdot r_3\alpha_n\|x_n-x_{n-1}\|+\beta\cdot r_4\alpha_n\|x_n-x_{n-1}\|$

$=\alpha_n(\alpha r_3+\beta r_4)\|x_n-x_{n-1}\|$ (3.7)

由于g**和**m**是Lipschitz连续的，且**$g-m$**是强单调的.根据(3.2).我们可得**

$\|x_n-x_{n-1}-[(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})]\|^2$

$=\|x_n-x_{n-1}\|^2+\|(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})]\|^2-2<x_n-$

$x_{n-1},(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})>$

$=\|x_n-x_{n-1}\|^2+\|g(x_n)-g(x_{n-1})\|^2+\|m(x_n)-m(x_{n-1})\|^2$
$+2<g(x_n)-g(x_{n-1}),m(x_{n-1})-m(x_n)>-2<x_n-x_{n-1},(g-m)(x_n)-(g-m)(x_{n-1})>$

$\le\|x_n-x_{n-1}\|^2+\eta^2\|x_n-x_{n-1}\|^2+\zeta^2\|x_n-x_{n-1}\|^2-2\zeta\|x_n-x_{n-1}\|^2+2h\|x_n-x\|^2$

$=(1+\eta^2+\zeta^2-2\zeta+2h)\|x_n-x_{n-1}\|^2$　　(3.8)

由于N关于第一和第二变元是Lipschitz连续的,且关于第一变元是强单调的,我们得到

$\|(x_n-x_{n-1})-\rho(N(u_n,\nu_n)-N(u_{n-1},\nu_n))\|^2$

$=\|x_n-x_{n-1}\|^2-2\rho<x_n-x_{n-1},N(u_n,\nu_n)-N(u_{n-1},\nu_n)>+\rho^2\|N(u_n,\nu_n)-N(u_{n-1},\nu_n)\|^2$

$\le\|x_n-x_{n-1}\|^2-2\rho\kappa\|x_n-x_{n-1}\|^2+\rho^2\alpha_n^2\rho^2r_1^2\|x_n-x_{n-1}\|^2$

$=(1-2\kappa\rho+\alpha_{nr}^2 21p^2\rho^2)\|x_n-x_{n-1}\|^2$　　(3.9)

由式(3.4)~(3.10)可得

$\|x_{n-1}-x_n\|\le\theta_n\|x_n-x_{n-1}\|$　　(3.10)

其中

$\theta_n=\varepsilon_n+\sigma_n(\rho),\varepsilon_n=(1+\Psi)\sqrt{1-2\zeta+2h+\eta^2+\zeta^2}+\alpha_n\lambda\gamma_5,$

$\sigma_n(\rho)=\Psi\sqrt{1-2\kappa\rho+\alpha_{nr}^2 p^2\rho^2}+\alpha_n\Psi(qr_2+\alpha r_3+\beta r_4)\rho.$

设

$\theta=\varepsilon+\sigma(\rho),\varepsilon=(1+\Psi)\sqrt{1-2\zeta+2h+\eta^2+\zeta^2}+\lambda\gamma_5,\sigma(\rho)=\Psi\sqrt{1-2\kappa\rho+r_1^2p^2\rho^2}+(qr_2+\alpha r_3+\beta r_4)\Psi\rho.$

我们可以得到当$n\to\infty$时$\theta_n\to\theta$.由式 (3.3)—(3.5)有$0\le\theta\le1$.于是对于充分大的n有 $\theta_n<1$.因此由式(3.10)有 $\{x_n\}$是Cauchy序列.设当$n\to\infty$时 $x_n\to x^*$.从算法2.1,我们有

$\|u_{(n+1)}-u_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(A(x_{n+1}),A(x_n))\le r_1(1+\frac{1}{n})\|x_{n+1}-x_n\|$

$\|v_{n+1}-v_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(B(x_{n+1}),B(x_n))\le r_2(1+\frac{1}{n})\|x_{n+1}-x_n\|$

$\|w_{n+1}-w_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(C(x_{n+1}),C(x_n))\le r_3(1+\frac{1}{n})\|x_{n+1}-x_n\|$

$\|y_{n+1}-y_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(D(x_{n+1}),D(x_n))\le r_4(1+\frac{1}{n})\|x_{n+1}-x_n\|$

$\|z_{n+1}-z_n\|\le(1+(1+n)^{-1}H(E(x_{n+1}),E(x_n))\le r_5(1+\frac{1}{n})\|x_{n+1}-x_n\|$　　(3.12)

因为 $\{x_n\}$是Cauchy序列,从(3.11),我们知道 $\{u_n\}$,$\{v_n\}$,$\{w_n\}$,$\{y_n\}$和 $\{z_n\}$也是Cauchy序列.设当$n\to\infty$时,$u_n\to u^*,v_n\to v^*,w_n\to w^*,y_n\to y^*$,和 $z_n\to z^*$.

另一方面,我们有

$d(u^*,Ax^*)\le\|u^*-u_n\|+d(u^*,Ax^*)\le\|u^*-u_n\|+H(Ax_n,Ax^*)\le\|u^*-u_n\|+r_1\|x^*-x_n\|\to0(n\to\infty)$。由此知$u^*\in Ax^*$,类似地,我们有$v^*\in Bx^*,w^*\in Cx^*,y^*\in Dx^*$和$z^*\in Ex^*$,因此,$(x^*,u^*,v^*,w^*,y^*,z^*)$是问题(1.1)的解.定理得证。

注释及参考文献:

〔1〕 S.S.Chang, Y.G.Zhu, On variational inequalities for fuzzy mappings, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989)359-367.

〔2〕 N.J.Huang, A new method for a class of nonlinear variational inequalities with fuzzy mappings, Appl. Math. Lett. 10 (1997), 129-133.

〔3〕 J.Y. Park,J.U.Jeong, A perturbed algorithm of variational inclusions for fuzzy mappings, Fuzzy Sets and Systems 115 (2000) 419-424.

〔4〕 N.J.Huang. Y.P. Fang. A new class of general variational inclusions involving maximal η-monotone mappings, Publ. Math. Debrecen(62)2003,83-98.

〔5〕 X.P. Ding, C.L.Luo, On parametric generalized quasi-variational inequalities, J.Optim Theory Appl. 100(1999) 195-205.A new class of generalized strongly nonlinear.