

中小學生數學推理能力培養探析

徐慧川

(西昌學院 藝術系, 四川 西昌 615022)

【摘要】 推理能力是邏輯思維能力的重要組成部分, 培養學生初步的邏輯思維能力始終是數學教學的重要目標之一, 在教學中必須重視培養學生的推理能力。培養良好的數學思維習慣, 增強學習數學的能力。

【關鍵詞】 中小學生; 數學; 推理能力; 培養

【中圖分類號】G633.6 **【文獻標識碼】**A **【文章編號】**1008-6307(2004)03-0154-03

On the Development of Mathematical Reasoning Ability for Primary and Middle School Students

XU Hui-chuan

(Xichang College, Xichang 615022, Sichuan)

Abstract : Reasoning ability is one of the most important parts in logical thinking. The development of students' basic logical thinking ability is always one of the most important purposes in mathematical teaching. Therefore, the great importance must be attached to the development of students' reasoning ability in mathematical teaching in order to develop their good mathematical thinking habit and improve their mathematical learning ability.

Key Words: primary and middle school students; mathematics; reasoning ability; development

推理是古老而年輕的問題, 許多數學家早有明確定義。新的課程理念要求數學教學從知識本位轉向能力本位, 把培養學生的抽象邏輯思維能力、運用已學知識解決實際問題的能力作為其重要任務。新課程標準指出: “數學在提高人的推理能力, 抽象能力, 想象力和創造力等方面有着獨特的作用。”同時, 新課程標準認為, 對所有公民來說, 抽象思維和形象思維水平, 統計觀念、合情推理與演繹推理能力都是不可缺少的。可見, 培養學生推理能力是數學教學的重要目標。

義務教育階段的數學是初等數學的啟蒙階段, 揭示的是數與形的最基礎知識。在這個階段學生的思維以具體形象思維為主, 逐步過渡到抽象邏輯思維, 但這個階段的抽象邏輯思維在很大程度上仍是直接經驗與感性經驗相聯系的。因此, 在教學中要注意學生思維發展的實際水平, 重視學生之間的個體差異, 有的放矢地加以訓練, 逐步培養學生的推理能

力。

1、 數學思維的特點

思維是人腦對客觀事物的本質屬性與內部規律性的概括的間接的反映。數學思維是指人腦和數學對象(空間形式、數量關係、結構關係)交互作用並按照一定思維規律認識數學內容的內在理性活動。它具有一般思維的性質, 同時, 它又具有自身的數學特性: 概括性、問題性、邏輯性, 數學思維的材料和結果都是數學內容。有效的思維方法可以促進數學學習, 在中小學數學教學中, 培養學生良好的思維習慣, 教給他們正確的思維方法, 是每個數學教師不容推卸的責任。

思維的主要方法為: 分析與綜合、比較與分類、抽象與概括等, 並以概念、判斷、推理為思維的基本形式。

收稿日期: 2004-06-23

作者簡介: 徐慧川(1956—), 女, 副教授。

2、· 數學推理

推理是由一個或幾個已知的判斷推出一個新判斷的思維方式。已知的判斷叫做前提,推出的新判斷是結論。在中小學教學中數學推理主要有下列方法。

2.1 歸納推理。歸納是由個別到一般的推理,中小學數學中的許多概念法則,公式都是運用歸納推理,從特殊事實得到一般原理,即通過一些學生熟悉的個別生活實例或數學問題,在進行觀察,比較、分析、綜合中歸納出一般結論。歸納又分為不完全歸納和完全歸納。

2.1.1 不完全歸納法(又稱簡單枚舉法)。不完全歸納是不討論所研究對象的一切具體情況的歸納。這種方法在中小學數學教學中使用廣泛,不完全歸納法在試驗和觀察的基礎上,通過知覺和表象等來研究新的抽象概念和判斷是十分恰當的,這一過程體現了由簡單到複雜的學習原則。需要注意的是,根據不完全歸納做出的結論有時可能是錯誤的。使用這種推理方法時應十分謹慎。例如:數學家費爾瑪曾考察過形如 $F(n)=2^{2^n}+1$ ($n \in \mathbb{N}$)的數,他發現當 $n=1,2,3,4$ 時為素數,於是他由不完全歸納推理得出結論,所有形如 $F(n)=2^{2^n}+1$ ($n \in \mathbb{N}$)的數均為素數,後來數學家歐拉發現: $41 \mid (2^{2^5}+1)$ 即 $F(5)=2^{2^5}+1$ 不是素數,推翻了費爾瑪的這個結論。

2.1.2 完全歸納。完全歸納的結論比不完全歸納法可靠。它是討論所研究對象的一切具體情況的歸納。歸納推理也廣泛地應用於中小學數學中,有些定理若給予嚴格的邏輯證明,學生往往難以理解,因而通過一些具體的例歸納出一般的結論。如圓周角定理的證明,在教學中是考察下面三種情形:①圓心在圓周角內部。②圓心在圓周角外部。③圓周角的一邊過圓心。分別加以推導,最後才得出結論。而對一些需證明的定理,先用歸納法建立猜想,再進行邏輯證明。如任意多邊形的外角和等於360就是由三角形、四邊形、五邊形的外角和是360歸納出一般結論,再進行邏輯證明得到的真命題。

2.2 演繹推理。演繹推理是從一般到特殊的推理,它以某一類事物的一般判斷為前提對該類事物中的特殊事物做出判斷。演繹推理的基本方式是三段論法,即“大前提、小前提、結論”。演繹推理的正確性,取決於兩個前提的正確性;或大前提正確、且小前提中的事物包含在大前提所指事物的範圍中,

只有這時推理的結論才正確。如:不能被2整除的數叫奇數(大前提),17不能被2整除(小前提),所以17是奇數(結論)。中小學生在推理時,往往省略其中的一個前提,如上例中的大前提,這是受思維發展的限制產生的正常情況。因此,新課標明確要求通過義務教育階段的數學學習,學生能夠“經歷觀察、實驗、猜想、證明等數學活動過程,發展合情推理能力和初步的演繹推理能力,能有条理地,清晰地闡述自己的觀點。”

2.3 類比推理。類比推理是從個別到個體的推理,它根據兩個對象的某些屬性相同或相似,推出它們的其他屬性也可能相同或相似。在中小學數學教學中,常常利用新舊知識間的某些相似處進行類比推理。如根據整數乘法的意義推出分數乘法的意義“求一個數的幾倍”類推為“求一個數的幾分之幾”;根據除法,分數與比之間的內在關係,由除法的商不變的性質,推出分數的基本性質和比的性質,在中學數學中常把空間與平面、數與形、無限與有限進行類比,從而導出有關的性質或命題。

類比推理是一種或然推理,與不完全歸納法有共同之處,它所做出的結論有時可能是錯誤的。尤其是許多數學符號的形式類似,但意義完全不同,學生往往根據形式亂用類比產生的痕跡性錯誤。如把 $a(b+c)$ 與 $\sin(x+y)$ 類比,造成因為 $a(b+c)=ab+ac$,所以 $\sin(x+y)=\sin x+\sin y$ 的錯誤。

2.4 合情推理。合情推理又稱似真推理,是一種合乎情理,結論好像為真的推理。歸納與類比是合情推理中最基本最重要的兩種形式。如:分式與分數在表達形式、基本性質、運算法則等方面都非常相似,如果進行分式的教學時,引導學生合情推理,建立猜想,那麼關於分式的許多結論都可以由學生自己推出。

合情推理對於鼓勵學生建立猜想,培養學生的創造意識,激起學生的創造慾望有較大的作用。因此、在新課改中得到充分的重視。

3、 推理能力的培養策略

新課程標準指出“課程內容的學習,強調學生的數學活動,發展學生的數感、符號感、空間觀念、統計觀念、以及應用意識與推理能力,”使學生“具有初步的創新精神和實踐能力”。就發展學生推理能力而言,中小學生受思維水平的影響邏輯推理能力水平

不高,教学只要做到使学生增长知识与发展能力协调同步,学生会从几个基本事实出发,采用归纳、演绎、类比等方法证明相应的命题,就可以说学生具有了初步的推理能力。

3.1 创设情境,给学生提供足够的思维材料

为了培养学生的推理能力,教学中要注意创设情景,选好典型事例,给学生的思维提供足够的感性材料和理性材料。对于小学低年级的学生,由于其思维以直观行动思维为主,教师更应该为他们提供具体的感性材料,让他们通过具体实物或实例获得充分的感知。如利用课本上的插图,教师的教具演示,学生的学具操作,让学生自己动手,动脑,动脑通过比较,观察、分析、综合得初步的数学概念。

对于中、高年级的学生,尤其是7—9年级的学生,他们已具有初步的演绎推理能力,能根据提供的理性材料,利用演绎推理进行命题证明,因此在教学中要充分挖掘教材的逻辑因素,为学生的推理提供足够的理性材料。

3.2 激活思维,给学生提供一定的思维空间和时间

学生学习数学建立在他们已有的生活经验和自身独特的思维方式之上。因此,数学的学习内容应富有挑战性,以激活学生思维,让学生有兴趣地思考,可使学生不仅在能力上而且在情感上获得成功的体验、建立自信心,体验数学活动中的探索和创造过程,从而提高推理能力。在课堂教学中应尽可能多的给学生提供广阔的思维空间和充分的交流时间,凡是学生能探索得出的、决不替代;凡是学生能独立思考的决不暗示,激发他们解决问题的欲望。

教学中要让学生充分体验数学问题的趣味性和挑战性,感受教学思考过程的严谨性和结论的确定性,通过自主探索和合作交流,根据具体问题选择不同的推理方法,理解和掌握数学知识和技能,养成推

理的习惯。如学习“笔算多位乘法”可以让学生在笔算两位数乘法的基础上独立思考,类比分析,实现方法的迁移。

3.3 自主探究,养成良好的思维

新教学观强调重视学生的自主探究过程,通过学生自主探索,动手,动脑。养成良好的思维习惯,使学生不仅在数学学习中,而且在日常生活中,遇到问题都要运用已有的知识、经验进行推理,不盲目地下结论,形成实事求是的态度,养成进行质疑和独立思考的习惯。因此,教学中课题学习不应该设计得太死。教学步骤严谨、指导细致,虽然便于操作,但学生的活动及思维会受到一定的限制,不利于学生思维的发展及个性品质的形成。基于此,新课改倡导发现学习、探究学习、研究性学习,关注学生在学习过程中获得的体验和个性化的创造性表现,使学生通过推理体验数学活动充满着探索与创造感受数学的严谨性以及数学结论的确定性。

3.4 重视数学语言的表述,发展推理能力

思维发展与语言表达有密切的联系,语言是思维的结果,也是思维赖以进行的载体。数学语言包括书面语言和口头语言,数学符号、图例等是数学书面语言,大、小、和、倍、等是口头语言。数学语言具有准确、简练、严谨的特点,在培养学生的推理能力时,必须训练数学语言的表达。分不同年级进行不同要求的语言练习,如在小学低年级要求学生先想后说,能用完整的句子进行表述,但在初中,要让学生理解合情推理,体会逻辑推理的必要性,掌握证明命题的逻辑推理步骤,用精确简练的数学语言说出证明过程,能有条理地、清晰地阐述自己的观点。培养学生在数学学习和运用过程中能与他人交流思维的过程呼结果,在解决问题的活动过程中发展学生的思考与交流能力。

注释及参考文献:

- [1]王子兴.数学教学论[M].广西师范大学出版社,1992年12月
- [2]梁镜清.小学数学教育论[M].浙江教育出版社,2000年7月
- [3]周玉仁.小学数学教学论[M].中国人民大学出版社,1999年4月
- [4]唐瑞芬.数学教学理论选讲[M].华东师范大学出版社,2001年7月
- [5]陈明华、林益生.数学教学实施指南[M].华中师范大学出版社,2003年4月
- [6]中华人民共和国教育部制定[M].数学课程标准(实验稿)北京师范大学出版社,2001年7月