DOI:10.16104/j.issn.1673-1883.2004.03.033

第16卷第3期 西昌师范高等专科学校学报 Vol.16,No.3
2004年9月 Journal of Xichang Teachers College Sep., 2004

含参数的广义隐拟变分包含

任 晓

(西昌学院 数理系，四川 西昌 615022)

【摘 要】本文引入了H空间中一类关于极大η-单调映象的含参广义隐拟变分包含，利用预解算子技术讨论了这类带有集值映象的含参变分包含解集的灵敏性分析。

【关键词】含参广义隐拟变分包含；极大η-单调映象；预解算子；灵敏性分析

【中图分类号】O177.91 【文献标识码】A 【文章编号】1008-6307(2004)03-0110-04

Parametric Generalized Implicit Quasivariational Inclusions

REN Xiao

(*Department of Mathematics and Physics, Xichang College, Xichang 615022, Sichuan*)

Abstract: In this paper, we introduced a new class of parametric generalized implicit quasivariational inclusion involving maximal η-monotone mappings in H. Using the resolvent operator technique, we constructed sensitivity analysis of the solution set for the class of parametric variational inclusion with set-valued mappings.

Key words: parametric generalized implicit quasivariational inclusion; maximal η-monotone mappings; resolvent operator; sensitivity analysis.

一、 预备知识

设H为具有范数$\|\cdot\|$与内积$\langle\cdot,\cdot\rangle$的实Hilbert空间，$2^H$是H中所有非空有界子集的全体，I表示H内的恒等映象。设$\delta(\cdot,\cdot):2^H\times 2^H\to[0,\infty)$是如下定义的泛函：

$$\delta(A,B)=\sup\{\|a-b\|:a\in A,b\in B\}$$

$$\forall A,B\in 2^H$$

这里$(2^H,\delta)$是完备的度量空间。

设K是H中的非空开子集且参数$\lambda\in K$，设$M,N:H\times H\times K\to H$和$g,m:H\times K\to H$是单值映象，$A_i:H\times K\to 2^H$是集值映象$(i=1,2,3,4)$，设$W:H\times H\times K\to 2^H$是集值映象，且对$\forall(z,\lambda)\in H\times K$，$W(\cdot,z,\lambda):H\times K\to 2^H$是极大η-单调映象，且$g(H,\lambda)\cap\mathrm{dom}(W(\cdot,z,\lambda))\neq\Phi$。我们考虑以下含参数的广义隐拟变分包含问题：对固给定的$\lambda\in K$

找$x=x(\lambda)\in H$，$u=u(x,\lambda)\in A_1(x(\lambda),\lambda)$，$v=v(x,\lambda)\in A_2(x(\lambda),\lambda)$，$w=w(x,\lambda)\in A_3(x(\lambda),\lambda)$，$z=z(x,\lambda)\in A_4(x(\lambda),\lambda)$使

$$0\in N(u,v,\lambda)-M(w,\lambda)+W(g(x,\lambda),z,\lambda) \quad (1.1)$$

文献[1][2][3]中讨论了一些带有集值映象$A_i:H\times K\to C(H)$的变分包含解集的灵敏性分析，(其中C(H)表示H中所有非空紧子集的全体)。而本文利用预解算子技术讨论了带有集值映象$A_i:H\times K\to 2^H$的含参广义隐拟变分包含解集的灵敏性分析(其中2^H表示H中所有非空有界子集的全体)。

定义1.1 设$g:H\times K\to H$是单值映象，$A:H\times K\to 2^H$是集值映象，称g

(1)κ-Lipschitz连续的，如果：$\exists\kappa>0$，使得$\|g(x,\lambda)-g(y,\lambda)\|\leq\kappa\|x-y\|$，$\forall x,y\in H$，$\forall\lambda\in K$

(2)β-强单调的，如果：$\exists\beta>0$，使得$\langle x-y,g(x,\lambda)-g(y,\lambda)\rangle\geq\beta\|x-y\|^2$，$\forall x,y\in H,\lambda\in K$.

(3) 相应于A是β-强单调的，如果：

$\exists\beta>0$，使得$\langle x-y,g(u,\lambda)-g(v,\lambda)\rangle\geq\beta\|x-y\|^2$，$\forall x,y\in H,\lambda\in K,u\in A(x(\lambda),\lambda),v\in A(y(\lambda),\lambda)$.

收稿日期：2004-06-28

作者简介：任 晓(1958—)，男，副教授。研究方向：非线性泛涵分析。

定义1.2[3]　设$\eta(\cdot,\cdot):H\times H\to H$是一个单值映射，$M:H\times K\to 2^H$是一个集值映象.

(1) 称η是β-强单调的，如果：$\exists\beta>0$，使i得$\langle x-y,\eta(x,y)\rangle\geqslant\beta\|x-y\|^2,\forall x,y\in H$.

(2) 称η是κ-Lipschitz连续的，如果：$\exists\kappa>0$，使得$\langle x-y,\eta(x,y)\rangle\leqslant\kappa\|x-y\|\ \forall x,y\in H$.

(3) 称M是η-单调的，如果：$\langle u-v,\eta(x,y)\rangle\geqslant 0,\forall x,y\in H,u\in M(x,y),v\in M(y,\lambda)$.

(4) 称M是极大η-单调的，如果：M是η-单调的且$(I+\rho M)(H)=H,\forall\rho>0,\rho\in R$.

注1.1　当$\eta(x,y)=x-y$时，定义1.3中的(3)~(4)即为传统意义下的单调、极大单调概念.

定义1.3　$N(\cdot,\cdot):H\times H\times\lambda\to H$被称为

(1)第一变元Lipschitz连续的，存在常数$r>0$使得

$\|N(u,\cdot,\lambda)-N(v,\cdot,\lambda)\|\leqslant r\|u-v\|\quad\forall u,v\in H$

(2)关于映象A第一变元强单调的，存在一个常数$k>0$使得

$\langle x-y,N(u,\cdot,\lambda)-N(v,\cdot,\lambda)\rangle\geqslant k\|x-y\|^2,\forall x,y\in H,\lambda\in K,u\in A(x(\lambda),\lambda),v\in A(y(\lambda),\lambda)$.

类似地，可以定义$N(\cdot,\cdot)$第二变元Lipschitz连续的和第二变元关于映象A强单调的.

定义1.4　集值映象$A:H\times K\to 2^H$〔$A:H\times K\to C(H)$〕被称为β-δ-Lipschitz〔β-$\hat{H}$-Lipschitz〕连续，若存在常数$\beta>0$使得

$\delta(A(x,\lambda),A(y,\lambda))\leqslant\beta\|x-y\|$

$\forall x,y\in H,\lambda\in K$.

〔$\hat{H}(A(x,\lambda),A(y,\lambda))\leqslant\beta\|x-y\|$

$\forall x,y\in H,\lambda\in K$〕.

二、　解集的存在性

引理2.1[5]　设$\eta(\cdot,\cdot):H\times H\to H$严格单调且$M:H\to 2^H$是极大$\eta$-单调映象，则对$\forall\rho>0$，逆映象$(I+\rho M)^{-1}$是单值的.

利用引理2.1我们能够定义极大η-单调映象M的预解算子如下：

$J_M^\rho(z)=(I+\rho M)^{-1}(z),\forall z\in H$

引理2.2[5]　设$\eta(\cdot,\cdot):H\times H\to H$是$\beta$-强单调和$\kappa$-Lipschitz连续的，$M:H\to 2^H$是极大$\eta$-单调映象，则M的预解算子$J_M^\rho$是$\frac{\kappa}{\beta}$-Lipschitz连续的. 即$\|J_M^\rho(x)-J_M^\rho(y)\|\leqslant\frac{\kappa}{\beta}\|x-y\|\quad\forall x,y\in H$.

由引理2.1和引理2.2我们很容易得到

引理2.3　对固定的$\bar{\lambda}\in K$，$\bar{x}=x(\bar{\lambda})\in H$，$u=u(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})\in A_1(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})$，$v=v(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})\in A_2(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})$，$w=w(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})\in A_3(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})$，$z=z(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})\in A_4(x(\bar{\lambda}),\bar{\lambda})$是问题(1.1)的解当且仅当对$\forall\rho>0$，集值映象$F:H\times K\to 2^H$定义为

$$F(x,\lambda)=\bigcup_{\Omega}[x-g(x,\lambda)+J^\rho_{W(\cdot,z,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u,v,\lambda)+\rho M(w,\lambda))]\tag{2.1}$$

有不动点$\bar{x}=x(\lambda)$.其中$\Omega=\{u\in A_1(x,\lambda),v\in A_2(x,\lambda),w\in A_3(x,\lambda),z\in A_4(x,\lambda)\}$.

定理2.1　设$A_i:H\times K\to 2^H$是集值映象且A_i是λ_i-δ-Lipschitz连续的$(i=1,2,3,4)$. 设$g:H\times K\to H$是μ_1-强单调的κ_1-Lipschitz连续的，$\eta(\cdot,\cdot):H\times H\to H$是$\mu_2$-强单调和$\kappa_3$-Lipschitz连续的，$N:H\times H\times K\to H$第一变元$\kappa_{11}$-Lipschitz连续和第一变元关于映象$A_1$是$\mu_3$-强单调的，且第二变元$\kappa_{12}$-Lipschitz连续的，$M:H\times K\to H$是$\kappa_2$-Lipschitz连续的，设$W:H\times H\to 2^H$是集值映射，使得对$\forall(z,y)\in H\times K$，$W(\cdot,z,y):H\times K\to 2^H$是极大$\eta$-单调映象，且$g(H,\lambda)\bigcap\mathrm{dom}(W(\cdot,z,\lambda))\neq\Phi$.

假设

$$\forall x,y\in H,\|J^\rho_{W(\cdot,x,\lambda)}(z)-J^\rho_{W(\cdot,y,\lambda)}(z)\|\leqslant\sigma\|x-y\tag{2.2}$$

且存在常数$\rho>0$使得

$$\nu=(1+\tau)\sqrt{1-2\mu_1+\kappa_1^2}+\tau\sqrt{1-2\mu_3\rho+\kappa_{11}^2\lambda_1^2\rho^2}+\tau\rho(\kappa_{12}\lambda_2+\kappa_2\lambda_3+\sigma\lambda_4)<1\tag{*}$$

则由(2.1)定义的集值映象$F:H\times K\to 2^H$关于$\lambda\in K$是一致ν-δ-压缩映象.

证明：记$\tau=\frac{\kappa_3}{\mu_2}$.由映象F的定义，对任意$x,y\in H$，$a(x,\lambda)\in F(x,\lambda)$，$b(y,\lambda)\in F(y,\lambda)$，存在$u_1\in A_1(x,\lambda)$，$v_1\in A_2(x,\lambda)$，$w_1\in A_3(x,\lambda)$，$z_1\in A_4(x,\lambda)$与$u_2\in A_1(y,\lambda)$，$v_2\in A_2(y,\lambda)$，$w_2\in A_3(y,\lambda)$，$z_2\in A_4(y,\lambda)$，使得

$$a(x,\lambda)=x-g(x,\lambda)+J^\rho_{W(\cdot,z_1,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u_1,v_1,\lambda)+\rho M(w_1,\lambda))$$

$b(y,\lambda)=y-g(y,\lambda)+J^{\rho}_{w(\cdot,z_2,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))$

我们有

$$\|a(x,\lambda)-b(y,\lambda)\|\leqslant\|x-y-g(x,\lambda)-g(y,\lambda)\|+\|J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u_1,v_1,\lambda)+\rho M(w_1,\lambda))-J^{\rho}_{w(\cdot,z_2,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))\|$$

$$\leqslant\|x-y-(g(x,\lambda)-g(y,\lambda))\|+\|J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u_1,v_1,\lambda)+\rho M(w_1,\lambda))-J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))\|+\|J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))-J^{\rho}_{w(\cdot,z_2,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))\| \quad (2.3)$$

因为g是β_1-强单调的κ_1-Lipschitz连续的，利用Noor[7]技巧我们有

$$\|x-y-(g(x,\lambda)-g(y,\lambda))\|\leqslant\sqrt{1-2\mu_1+\kappa_1^2}\,\|x-y\| \quad (2.4)$$

由引理2.2，我们有

$$\|J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u_1,v_1,\lambda)+\rho M(w_1,\lambda))-J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))\|$$

$$\leqslant\tau\|g(x,\lambda)-\rho N(u_1,v_1,\lambda)+\rho M(w_1,\lambda))-[g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda)]\|$$

$$\leqslant\tau\|x-y-(g(x,\lambda)-g(y,\lambda))\|+\|x-y-\rho(N(u_1,v_1,\lambda)-N(u_2,v_1,\lambda))\|+\rho\|N(u_2,v_1,\lambda)-N(u_2,v_2,\lambda)\|+\rho\|M(w_1,\lambda)-M(w_2,\lambda)\| \quad (2.5)$$

因为$N(\cdot,\cdot)$第一变元是κ_{11}-Lipschitz连续和第一变元关于映象A_1是μ_3-强单调的， 映象A_1是λ_1-δ-Lipschitz连续，我们有

$$\|x-y-\rho(N(u_1,v_1,\lambda)-N(u_2,v_1,\lambda))\|^2=\|x-y\|^2-2\rho\langle N(u_1,v_1,\lambda)-N(u_2,v_1,\lambda),x-y\rangle+\rho^2\|N(u_1,v_1,\lambda)-N(u_2,v_1,\lambda)\|^2$$

$$\leqslant\|x-y\|^2-2\rho\mu_3\|x-y\|^2+\rho^2\kappa_{11}^2[\delta(A_1(x,\lambda),A_1(y,\lambda))]^2$$

$$\leqslant(1-2\rho\mu_3+\lambda_1^2\rho^2\kappa_{11}^2)\|x-y\|^2 \quad (2.6)$$

利用$N(\cdot,\cdot)$第二变元的κ_{12}-Lipschitz连续性，映象A_2是λ_2-δ-Lipschitz连续，以及M的k_2-Lipschitz连续性，映象A_3的λ_3-δ-Lipschitz连续性，我们有

$$\|N(u_2,v_1,\lambda)-N(u_2,v_2,\lambda)\|\leqslant\kappa_{12}\|v_1-v_2\|\leqslant\kappa_{12}\delta(A_2(x,\lambda),A_2(y,\lambda))\leqslant\lambda_2\kappa_{12}\|x-y\| \quad (2.7)$$

$$\|M(w_1,\lambda)-N(w_2,\lambda)\|\leqslant\kappa_2\|w_1-w_2\|\leqslant\kappa_2\delta(A_3(x,\lambda),A_3(y,\lambda))\leqslant\lambda_3\kappa_2\|x-y\| \quad (2.8)$$

由条件（2.2）以及映象A_4的λ_4-δ-Lipschitz连续性，我们有

$$\|J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))-J^{\rho}_{w(\cdot,z_2,\lambda)}(g(y,\lambda)-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))\|$$

$$\leqslant\sigma\|z_1-z_2\|\leqslant\sigma\delta(A_4(x,\lambda),A_4(y,\lambda))\leqslant\sigma\lambda_4\|x-y\| \quad (2.9)$$

综合(2.3)~(2.9)，我们可以得到

$$\|a(x,\lambda)-b(y,\lambda)\|\leqslant[(1+\tau)\sqrt{1-2\mu_1+\kappa_1^2}+\tau\sqrt{1-2\mu_3\rho+\kappa_{11}^2\lambda_1^2\rho^2}+\tau\rho(\kappa_{12}\lambda_2+\kappa_2\lambda_3+\sigma\lambda_4)]\|x-y\| \quad (2.10)$$

由$a(x,\lambda),b(x,\lambda)$的任意性，我们有

$$\delta(F(x,\lambda),F(y,\lambda))\leqslant\nu d(x,y)$$

其中$\nu=(1+\tau)\sqrt{1-2\mu_1+\kappa_1^2}+\tau\sqrt{1-2\mu_3\rho+\kappa_{11}^2\lambda_1^2\rho^2}+\tau\rho(\kappa_{12}\lambda_2+\kappa_2\lambda_3+\sigma\lambda_4)$.条件（＊）知$\nu<1$. 由此证明了集值映象F关于$\lambda\in K$是一致$\nu$-$\delta$-压缩映象. 证毕.

定理2.2 设$A_i:H\times K\to C(H)$是集值映象且A_i是λ_i-$\hat{H}$-Lipschitz连续的$(i=1,2,3,4)$. 其他条件与定理2.1相同且(2.2)式成立. 则

i）由(2.1)定义的集值映象F关于$\lambda\in K$是一致ν-$\hat{H}$-压缩映象.

ii）对任意$\lambda\in K$，问题(1.1)有非空解集$S(\lambda)$且$S(\lambda)$是在H中的闭集.

证明：对$\forall(x,\lambda)\in C(H),A_1(x,\lambda)\in C(H)$，$A_2(x,\lambda)\in C(H),A_3(x,\lambda)\in C(H)$，$A_4(x,\lambda)\in C(H)$. 由映象F的定义可知，$F(x,\lambda)\in C(H)$.

i）下证集值映象$F:H\times K\to C(H)$关于$\lambda\in K$是一致ν-$\hat{H}$-压缩映象.

对任意$(x,\lambda),(y,\lambda)\in H\times K,a(x,\lambda)\in F(x,\lambda)$，存在$u_1\in A_1(x,\lambda),v_1\in A_2(x,\lambda),w_1\in A_3(x,\lambda),z\in A_4(x,\lambda)$使得

$$a(x,\lambda)=x-g(x,\lambda)+J^{\rho}_{w(\cdot,z_1,\lambda)}(g(x,\lambda)-\rho N(u_1,v_1,\lambda)+\rho M(w_1,\lambda))$$

由于$A_1(y,\lambda),A_2(y,\lambda),A_3(y,\lambda),A_4(y,\lambda)\in C(H)$，

存在$u_2\in A_1(y,\lambda),v_2\in A_2(y,\lambda),w_2\in A_3(y,\lambda),z_2\in A_4(y,\lambda)$使得

$$\|u_1-u_2\|\leq\hat{H}(A_1(x,\lambda),A_1(y,\lambda)$$
$$\|v_1-v_2\|\leq\hat{H}(A_2(x,\lambda),A_2(y,\lambda)$$
$$\|w_1-w_2\|\leq\hat{H}(A_3(x,\lambda),A_3(y,\lambda)$$
$$\|z_1-z_2\|\leq\hat{H}(A_4(x,\lambda),A_4(y,\lambda)$$

设 $b(y,\lambda)=y-g(y,\lambda)+J^{\rho}_{w(\cdot,z_2,\lambda)}(g(y,\lambda))-\rho N(u_2,v_2,\lambda)+\rho M(w_2,\lambda))$

则$b(y,\lambda)\in F(y,\lambda)$. 与定理2.1类似的证明，我们有

$$\hat{H}(F(x,\lambda),F(y,\lambda))\leq\nu\|x-y\|$$

由此证明了集值映象F关于$\lambda\in K$是一致ν-$\hat{H}$-压缩映象. 证毕.

ii）由于集值映象F关于$\lambda\in K$是一致ν-$\hat{H}$-压缩映象. 由文献〔6〕中Nadler不动点定理知，对任意$\lambda\in K$, $F(x,\lambda)$有不动点(x,λ). 由引理2.3知$S(\lambda)\neq\Phi$. 对任意固定的$\lambda\in K$，设$\{x_n\}\subset S(\lambda)$且$x_n\to x_0(n\to\infty)$. 则我们有

$$x_n\in F(x_n,\lambda),\qquad n=1,2,3,\cdots$$

由i）我们有

$$\hat{H}(F(x_n,\lambda),F(x_0,\lambda))\leq\nu\|x_n-x_0\|$$

于是

$$d(x_0,F(x_0,\lambda))\leq\|x_0-x_n\|+d(x_n,F(x_n,\lambda))+\hat{H}(F(x_n,\lambda),F(x_0,\lambda))$$
$$\leq(1+\nu)\|x_n-x_0\|\to0,\qquad n\to\infty$$

于是$x_0\in F(x_0,\lambda)$且$x_0\in S(\lambda)$，因此$S(\lambda)$是在H中的闭集.　　证毕

注释及参考文献:

〔1〕M.A.Noor, Sensitity Analysis for Quasi-Variational Inclusions〔J〕, J.Math.Anal.Appl.236(1999)290-299.

〔2〕Z.Liu,L.Debnath,et, Sensitity Analysis for Parametric Completely Generalized Nonlinear Implicit Quasivariational Inclusions〔J〕, J.Math.Anal.Appl.277(2003)142-154.

〔3〕X.P. Ding, Sensitity Analysis for Generalized Nonlinear Implicit Quasi-Variational Inclusions〔J〕, Appl.Math.Lett. 17 (2004)225-235.

〔4〕N.J. Huang et al., Generalized nonlinear mixed quasivariational inequalities, Comput.Math.Applic.40(2000) 205-215.

〔5〕N.J. Huang and Y. P. Fang, A new class of general variational inclusions involving maximal η-monotone mappings, Publ. Math. Debrecen. 62 (2003) 83-98.

〔6〕S.B. Nadler, Jr., Multi-valued contraction mappings, Pacific J. Math. 38 (1969) 475-488.

〔7〕M.A. Noor, An iterative scheme for a class of quasivariational inequalities, J. Math. Anal. Appl. 110 (1985) 462-468.

〔8〕N.J. Huang Completely generalized nonlinear variational inclusions for fuzzy mappings.Czechoslovak. Mathematical. Journal, 49 (124)(1999) 767- 777

(上接52页)首先应该考虑的是利用专家的工作。正如《中国注册会计师独立审计准则(释义第二辑)》第91页所述“任何人都不是万能的,注册会计师由于本身的能力、时间、精力有限,加上职业本身的限制,可能并不具备从事其他专业或职业所要求的专门知识。当注册会计师遇到较为复杂的对会计报表可能具有潜在重要性的事项，而依靠本身的能力或知识无法获取充分、适当的审计证据,以支持其欲发表的审计意见时,他们就需要利用专家的工作,获得专家的帮助。”而不是采取消极回避的态度,“不宜评价超越其专长范围的假设。”

如需利用专家对盈利预测的基本假设作出评价，注册会计师应执行《独立审计具体准则第12号——利用专家的工作》的有关规定,也是必须明确的。

(三)、《独立审计实务公告第4号——盈利预测审核》第十五条的两层含义,在《国际审计准则(对前景财务资料的检查)》中没有作出任何规定。